

Вопросы к экзамену по теории игр.

Теоретические вопросы

1. Описание игры. Участники игры, ходы, стратегии, выигрыши.
2. Классификация игр и общие сведения о методах их решения.
3. Матричные игры двух лиц с нулевой суммой. Платежная матрица. Свойства платёжной матрицы.
4. Алгоритм формализации игр.
5. Методы упрощения матричных игр с нулевой суммой.
6. Оптимальные стратегии и их свойства. Показатели эффективности и неэффективности стратегий игроков.
7. Принципы максимина и минимакса. Нижняя и верхняя цена игры.
8. Решение игр в чистых стратегиях. Полное и частное решение.
9. Понятие смешанной стратегии игр с нулевой суммой. Выигрыш-функция в смешанных стратегиях.
10. Методы решения матричных игр вида $2 \times n$ и $m \times 2$ в смешанных стратегиях.
11. Аффинные и изоморфные преобразования матриц с нулевой суммой.
12. Сведение матричной игры к паре задач линейного программирования.
13. Понятие седловой точки, её свойства и методы нахождения.
14. Частное и полное решение игры в смешанных стратегиях.
15. Взаимосвязь цены игры в чистых и смешанных стратегиях.
16. Отличительные особенности игр с природой от матричной игры с нулевой суммой.
17. Игры с природой. Методы решения. Максиминный критерий Вальда. Критерий минимаксного риска Сэвиджа. Критерий Гурвица. Критерий Лапласа.
18. Идеальный и не идеальный эксперимент. Методика определения целесообразности проведения идеального эксперимента.
19. Отличительные особенности биматричных игр. Точки равновесия в биматричных играх.
20. Нахождение оптимальных стратегий в биматричных играх.
21. Упрощение матриц в биматричных играх.
22. Понятие позиционных игр. Формализация позиционных игр. Игры с полной и неполной информацией.
23. Нормализация позиционных игр. Оптимальные чистые стратегии позиционных игр.
24. Принцип Беллмана. Решение позиционных игр методом динамического программирования.
25. Понятие кооперативных игр. Формализация кооперативных игр. Характеристические функции.
26. Понятие дележа. Вектор Шепли.
27. Алгоритм выделения экономически устойчивых коалиций в кооперативных играх.

Примерные задачи.

Задача 1. Нарисовать дерево двухходовой игры с полной информацией «Камень-ножницы-бумага», нормализовать её (свести к матричной игре) и найти оптимальные стратегии игроков. Начинает игрок А. В конце игры он получает выигрыш: при победе 1; при ничьей 0; при поражении -1.

Задача 2. Формализовать и найти минимаксную, максиминную стратегии и цену игры.

Ежемесячно страховая компания А страхует 100 объектов фирмы В. Каждый объект страхуется на 1 тыс. руб. Страховщик забирает себе 10% от страховой суммы при заключении контракта.

В следующем году страховщик намерен увеличить свой доход путем повышения ставки на 1%, 2% или 3%.

Страховуемая фирма не намерена увеличивать расходы на страхование, поэтому готова уменьшить количество страхующихся объектов на 2, 6 или 10 штук.

Задача 3. Найти решение в чистых стратегиях.

| | | | | |
|-------|----|----|----|----|
| В \ А | В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 9 | 14 | 9 | 23 |
| А2 | 9 | 18 | 6 | 15 |
| А3 | 9 | 17 | 9 | 10 |

Задача 4. Нарисовать дерево трёхходовой игры с полной информацией, являющейся конкурентной борьбой в течении трех лет двух страховых компаний, оказывающих в одном населенном пункте одинаковые страховые услуги. Каждая из них для повышения прибыли может установить один из двух страховых тарифов: Н-низкий и В-высокий. При соотношении этих тарифов доходы компаний приведены в таблицах:

| | | |
|---|----|----|
| А | Н | В |
| Н | 10 | 19 |
| В | 3 | 16 |

| | | |
|---|----|----|
| Б | Н | В |
| Н | 10 | 5 |
| В | 19 | 16 |

Нарисовать дерево игры – конкуренция за 3 года. Начинает игру игрок А. В момент начала игры у игрока Б установлен тариф В. Найти оптимальные стратегии игроков методом динамического программирования

Задача 5. При каких а игра имеет седловую точку. Определить все седловые точки.

| | | |
|---|---|---|
| 6 | а | 4 |
| 2 | 2 | 3 |
| 2 | 1 | 1 |

Задача 6. Совет директоров акционерного общества состоит из 4 акционеров, имеющих акции соответственно в следующих количествах:

1-й 35 шт., 2-й 35 шт., 3-й 10 шт., 4-й 20 шт.,

Любое решение утверждается акционерами, имеющими в сумме большинство акций.

Построить вектор Шепли игроков.

Задача 7. Найти решение

| В \ А | В1 | В2 | В3 | В4 |
|-------|----|----|----|----|
| А1 | 46 | 14 | 28 | 36 |
| А2 | 27 | 34 | 32 | 22 |
| А3 | 23 | 12 | 14 | 20 |
| А4 | 25 | 21 | 26 | 17 |
| А5 | 20 | 18 | 15 | 12 |
| А6 | 27 | 20 | 31 | 20 |

Задача 8. Найти оптимальные стратегии игроков и их выигрыши в биматричной игре.

| А | | | В | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | В1 | В2 | | В1 | В2 |
| А1 | 24 | 14 | А1 | 4 | 2 |
| А2 | 9 | 18 | А2 | 6 | 8 |